Компьютерные инструменты в образовании, 2014
№ 6: 39–44
УДК: 519.873
http://ipo.spb.ru/journal

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РАСЧЁТА ВЕСОВ ПОКАЗАТЕЛЕЙ В СЛУЧАЕ ОТСУТСТВИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ НЕКОТОРЫХ УЧАСТНИКОВ ПО НЕКОТОРЫМ ПОКАЗАТЕЛЯМ

Кузнецов Владимир Алексеевич,
Денисов Денис Валерьевич

Аннотация

Ранее авторами был предложен метод расчета объективных весов показателей для оценки по ним деятельности нескольких участников. Предложенный метод предполагал, что результат каждого участника по каждому показателю известен. Однако на практике зачастую какие-то из этих результатов не известны. Попытки решить эту проблему тривиальным образом (вычеркиванием показателей или обнулением неизвестных результатов) не приводят к удовлетворительным результатам. В работе предложена модификация этого метода для учёта случая, когда какие-то из результатов не известны. Работа модифицированного метода проиллюстрирована на реальных данных с зимних сборов 2014 года.

Ключевые слова: *рейтинг, объективные оценки.*

Ранее авторами был предложен метод расчета объективных весов показателей для оценки по ним деятельности нескольких участников. Предложенный метод предполагал, что результат каждого участника по каждому показателю известен. Однако на практике зачастую какие-то из этих результатов не известны. Попытки решить эту проблему тривиальным образом (вычеркиванием показателей или обнулением неизвестных результатов) не приводят к удовлетворительным результатам. В работе предложена модификация этого метода для учёта случая, когда какие-то из результатов не известны. Работа модифицированного метода проиллюстрирована на реальных данных с зимних сборов 2014 года.

Рейтинг (сравнительная численная оценка определенного множества объектов) часто используется при подведении итогов деятельности организаций, коллективов и отдельных лиц. Такая оценка обычно рассчитывается на основе ряда контрольных показателей посредством суммирования их значений с определенными весовыми коэффициентами.

В [1] был предложен метод определения весовых показателей, основанный на решении оптимизационной задачи. В работе представлено дальнейшее исследование полученного метода и результаты его применения в случае, когда отсутствуют результаты некоторых участников по некоторым показателям.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Введем необходимые обозначения. Назовем участниками тестирования сравниваемые субъекты, их множество обозначим M ($m = |M|$). Множество показателей обозначим N ($n = |N|$) и будем считать, что известны численные значения результатов тестирования каждого объекта a_{ij}, $i \in M$, по каждому из показателей $j \in N$.

Цель исследования заключается в поиске оценок значений x_i — искомых рейтингов участников $i \in M$. Строки и столбцы матрицы находятся в определенном отношении двойственности, в силу симметричности исходных условий, введем также y_j — неизвестные оценки весовых показателей $j \in N$.

Тогда расчет рейтингов заключается в поиске способа сопоставления T пары числовых векторов $x[M] \geq 0$ и $y[N] \geq 0$ произвольной числовой матрице $a[M; N]$

$$T: a[M; N] \to (x[M]; y[N]).$$

Следуя [1], для построения рейтингов введем определенные предположения. Обозначим $k_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}$ — количество показателей, успешно выполненных участником $i \in M$. $l_j = \sum_{i=1}^{m} a_{ij}$ — суммарный результат участников по показателю $j \in N$.

Исключим из условий задачи неинформативные показатели

$$j \in N : l_j = 0 \text{ или } l_j = m.$$

Действительно, показатель, выполненный каждым или не выполненный ни одним участником, не представляет полезной информации о сравнительных результатах участников. Таким образом, будем считать, что $1 \leq l_j \leq m - 1$ для каждого $j \in N$.

Рейтинг участника определяется взвешенной суммой его результатов по показателям $x_i = \sum_{i=1}^{m} a_{ij} y_j,\ y_j > 0; \sum_{i=1}^{m} y_j = m.$

Условие нормировки предотвращает чрезмерный рост весов, а неотрицательность гарантирует, что результат по любому показателю всегда выгодно улучшить для повышения рейтинга участника.

Предположим, что

$$\frac{y_j}{y_l} = f\left(\frac{k_l}{k_j}\right), \tag{1}$$

где $f(x)$ — некоторая монотонно возрастающая функция f: $[0..1] \to [0..\infty)$ Поскольку y_j нормированы, логично накладывать ограничения не на значения y_j, а на их отношения [3, 4].

В [1] было показано, что условие (1) не выполнимо в классе непрерывно дифференцируемых функций, и было предложено заменить его на следующее условие:

$$\sum_{j \neq l} \left(\frac{y_j}{y_l} - f\left(\frac{k_l}{k_j}\right) \right)^2 \to \min. \tag{2}$$

Тогда для нахождения y_j требуется решить следующую оптимизационную задачу:

$$\sum_{j \neq l} \left(\frac{y_j}{y_l} - f\left(\frac{k_l}{k_j}\right) \right)^2 \to \min,\ y_j > 0; \sum_{i=1}^{m} y_j = m. \tag{3}$$

В данной работе будем рассматривать случай, когда некоторые участники оценивались не по всем показателям (то есть некоторые из значений a_{ij} отсутствуют). В качестве примера такого случая мы будем рассматривать оценку участников сборов по программированию. В этом случае объектами будут команды, участвующие в сборах, а показателями — тренировочные дни. Результат a_{ij} команды i в день j можно получать разными способами. Одним из наиболее распространённых способов является так называемый рейтинг ИТМО. Мы также будем им пользоваться, поэтому приведём здесь описание этой рейтинг-системы.

РЕЙТИНГ-СИСТЕМА ИТМО

Рейтинг ИТМО основывается на том, что каждый день сборов оценивается по правилам, используемым для оценки результатов чемпионата мира по программированию, организованного ACM (Association for Computing Machinery) [2].

По этим правилам каждый участник может либо не сдать задачу, либо сдать ее в определенный момент времени после реализации нескольких неправильных попыток. В связи с этим считаются две основные характеристики — количество сданных задач и штрафное время. Штрафное время считается как сумма штрафного времени по всем сданным задачам. Штрафное время по задаче вычисляется как время сдачи задачи плюс по 20 минут за каждую неверную попытку.

Формализуем эту схему. Обозначим:
1, если задача сдана, и 0 — в противном случае,
t_{ij} : время в минутах с начала контеста, когда сдана задача (0, если не сдана),
a_{ij} : количество попыток, сделанных участником по задаче.

Обозначим количество сданных задач участником i за p_i, а полученное им штрафное время за pt_i. Тогда:

$$p_i = \sum_{j=1}^{m} s_{ij},$$

$$pt_i = \sum_{j=1}^{m} s_{ij}(t_{ij} + 20(a_{ij} - 1)).$$

Обозначим $place_i$ место, занятое участником при оценке результатов его выступления по правилам ACM. Несложно видеть, что место, занятое участником, может быть легко вычислено:

$$place_i = 1 + \sum_{j|p_j > p_i} 1 + \sum_{p_j = p_i, pt_j < pt_i} 1 .$$

При этом рейтинг ИТМО участника будет рассчитываться по формуле:

$$r_i = 100 \frac{p_i}{\max\limits_{j=1}^{n} p_j} \frac{2n-2}{n + place_i - 2} .$$

Таким образом, рейтинг ИТМО каждой команды–участницы сборов за каждый тренировочный день — некоторое число от 0 до 200. Для применения метода на основе (3) разделим рейтинг каждой команды в каждый день на 200 и обозначим полученное значение за a_{ij}.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДЛЯ РАНЖИРОВАНИЯ УЧАСТНИКОВ СБОРОВ

При ранжировании участников сборов прямое использование вышеуказанного метода приводит к проблемам, вследствие предположения, что рейтинг участника. Однако в течение сборов не все команды участвуют во всех днях (зачастую команды-участницы сами готовят задачи для одного из дней сборов и, следовательно, не участвуют в этом дне).

Это приводит к тому, что пропуск одного из дней фатально скажется на суммарном рейтинге участника. В целях устранения этой проблемы будем вместо рейтинга показателя y_j считать непосредственно рейтинг участника x_i. Следуя ([2, 3]), будем накладывать ограничения на отношения рейтингов двух участников. Введем следующие обозначения:

$s_{ij} = 1$, если участник i имеет результат по показателю j, иначе 0;

$$T_{ij} = \sum_{k \in N} a_{ik} s_{ik} s_{jk} .$$

В этих обозначениях T_{ij} — результат участника i относительно участника j. Этот результат учитывает только те показатели, по которым есть результаты как у участника i, так и у участника j.

Стоит отдельно рассмотреть ситуацию, когда $T_{ij} = 0$. Это может быть как следствием того, что у участников i и j нет общих показателей (и тогда они несравнимы между собой), так и того, что участник i имеет нулевой результат по всем общим показателям. Для того чтобы исключить второй случай, потребуем $a_{ij} > 0$. На практике этого можно добиться путем добавления некоего малого $e > 0$ ко всем $a_{ij} = 0$. Теперь $T_{ij} = 0$ только в тех случаях, когда у участников i и j нет общих показателей, то есть если $T_{ij} = 0$, то и $T_{ji} = 0$.

Следуя идее из [1], введем ограничения на рейтинги участников в форме оптимизационной задачи:

$$\begin{aligned} &\sum_{i,j|T_{ij} \neq 0} \left(\frac{x_i}{x_j} - f\left(\frac{T_{ij}}{T_{ji}} \right) \right)^2 \to \min; \\ &\sum_{i=1}^{n} x_i = n; \\ &x_i > 0. \end{aligned} \tag{4}$$

Эту задачу можно решить тем же методом, который предлагался в [1]. Нами был реализован программный модуль, решающий эту задачу.

Как можно заметить из таблицы 1, у большей части участников рейтинги оказались очень близкими, поэтому нам пришлось увеличить требуемую точность вычислений до четырех знаков после запятой. Для сравнения в последнем столбце таблицы приведено для каждого участника среднее арифметическое его результатов по показателям (именно это значение используется сейчас при ранжировании участников сборов). В таблице приведены только те участники, для которых различаются места при текущем способе ранжирования (по среднему арифметическому) и при ранжировании по значению предложенного рейтинга. При анализе таблицы можно отметить участника номер 37, который при ранжировании предложенным способом оказывается вместо 37-го на 24-м месте. Впрочем, это достаточно обоснованно, если посмотреть на его результат за седьмой день, в который он значительно оторвался от соперников.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлена модификация метода из [1] для случая, когда некоторые участники оценивались не по всем показателям и реализован программный модуль для расчёта рейтинга в таком случае. Дальнейшим вопросом исследования является ускорение вычислений при расчёте рейтинга, а также построение объективного критерия эффективности рейтингов, который позволит нам сравнивать различные рейтинги друг с другом без использования экспертных оценок.

Табл. 1. Применение метода 4 к результатам зимних сборов 2014 года в Петрозаводске

№	Участник	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Рейтинг	Среднее
7	Kyiv NU BZFlags: Iedemskyi, Maksai, Tverdokhlib	0,66	0,44	0,65	0,40	0,84	0,74	–	0,47	0,49	1,4889	0,5864
8	SPb SU Trawa: Andreev, Pyshkin, Sokolov	0,63	0,65	0,67	0,81	0,51	0,28	0,31	0,57	0,77	1,5296	0,5761
9	SPb NRU ITMO 1: Bardashevich, Minaev, Vasilyev	0,61	0,81	0,84	0,41	0,46	0,28	0,63	0,59	0,50	1,5165	0,5705
13	Moscow SU SG: Cherepanov, Dubinin, Mokin	0,33	0,43	0,62	0,66	0,67	0,39	0,19	0,69	0,45	1,3377	0,4933
14	Moscow IPT Ababahalamaha: Babanin, Dmitriev, Ostanin	0,52	0,28	0,81	0,53	0,48	0,56	0,31	0,46	0,26	1,2790	0,4681
15	Jagellonian U: Adamek, Adamski, Bejda	0,47	0,29	–	0,50	0,44	0,42	0,62	0,49	0,47	1,3834	0,4622
24	SPb SU Silver Marriage: Gulikov, Logunov, Riazanov	0,34	0,30	0,36	0,28	0,44	0,24	0,32	0,29	0,24	0,9044	0,3138
25	Belarus SU Air Penguins: Paliyevits, Shaftsialevich, Sokal	0,39	0,31	0,26	0,37	0,30	0,15	0,33	0,39	0,25	0,8828	0,3054
26	Ural FU 2: Borozdin, Danilyuk, Kuchumov	0,27	0,17	0,26	0,54	0,17	0,75	0,00	0,31	0,25	0,8774	0,3023
27	Belarus SU abacaba: Gritskevich, Nekrashevich, Kolesov	0,37	0,29	0,52	0,28	0,18	0,24	0,18	0,30	0,24	0,8399	0,2889
28	SPb NRU ITMO 2: Rubanenko, Podtelkin, Zban	0,51	0,18	0,39	0,27	0,28	0,27	0,00	0,48	0,17	0,8268	0,2838
29	Moscow AI 1: Belousov, Safonov, Yushchenko	0,27	0,32	0,35	0,26	0,17	0,56	0,08	0,15	0,34	0,8075	0,2765
30	Moscow IPT Buton: Golovanov, Kiyan, Savinov	0,37	0,44	0,47	0,12	0,17	0,26	0,08	0,22	0,36	0,8042	0,2758
31	SPb SU is a ball: Gordeev, Simonov, Sayfutdinov	0,27	0,18	0,18	0,29	0,32	0,27	0,09	0,48	0,36	0,7902	0,2704
32	International IT U: Bolshakov, Chzhen, Kutybaev	0,36	0,16	0,37	0,19	0,30	0,43	0,09	0,22	–	0,7298	0,2652
33	Novosibirsk SU 1: Beloshapko, Stenenko, Zaytsev	0,26	0,08	0,35	0,37	0,17	0,57	0,20	0,21	0,17	0,7762	0,2649
34	Kaunas TU 1: Ciakas, Kusas, Pranckaitis	0,36	0,17	0,51	0,39	0,08	0,24	0,19	0,22	0,17	0,7572	0,2585
35	Ural FU 3: Ageev, Kungurtsev, Sivukhin	0,26	0,17	0,27	0,36	0,17	0,25	0,19	0,30	0,34	0,7522	0,2567
36	SPb NRU ITMO 3: Belonogov, Krasnokutskiy, Peresadin	0,34	0,18	0,27	0,39	0,29	0,38	0,00	0,15	0,26	0,7341	0,2502
37	Moscow SU Nrise: Adimov, Agulenko, Shapovalov	–	0,16	0,18	0,18	0,29	0,25	0,47	0,16	0,25	0,9118	0,2428

Литература

1. *Кузнецов В.А., Денисов Д. В.* Метод определения весов показателей при расчёте рейтинга // Ученые записки Петрозаводского государственного университета, 2013. № 6 (135). С. 119–122.
2. Association for Computing Machinery [Электронный ресурс] ACM. URL: http://www.acm.org (дата обращения 24.04.2014).
3. *Miranda E., Bourque P., Abran A.* Sizing User Stories Using Paired Comparisons // Information and Software Technology, 2009. Vol. 51, № 9. P. 1327–1337.
4. *Miranda E.* Improving Subjective Estimations Using Paired Comparisons // Information and Software Technology, 2001. Madrid: CEDETEL, 2010. Vol. 18, № 1. P. 87–91.

APPLICATION OF MEASURES' WEIGHTS COMPUTATION METHOD IN CASE OF INCOMPLETE RESULTS

Kuznetsov V. A., Denisov D. V.

Abstract

Earlier authors proposed a method for computation of measures' weight to conduct a rating. Proposed method depended on existence of result for every participant by every measure. But such results are not always known in practice. Trivial approaches to this problem do not yield satisfying results. In this work modification of the method is proposed which considers such case. Modified method demonstrated on real data from Petrozavodsk Winter Camp 2014.

Keywords: *ratings, objective estimates*.

Кузнецов Владимир Алексеевич,
доктор технических наук, профессор, преподаватель кафедры прикладной математики и кибернетики Петрозаводского государственного университета,
kuznetcv@mail.ru

Денисов Денис Валерьевич,
аспирант кафедры прикладной математики и кибернетики Петрозаводского государственного университета,
ftc.denis@gmail.com